

Série 11

Exercice 11.1

Pour évaluer les paramètres d'un contrôleur de vol et la stabilité en vol d'un avion de ligne, il est nécessaire de connaître précisément les fréquences et modes propres et la réponse impulsionnelle de l'aile pour une force de correction aérodynamique agissant aux ailerons.

Le modèle physique de l'avion (Figure 11.1.1) est tout d'abord simplifié en considérant plusieurs segments dont les masses sont ensuite condensées pour former un système dynamique discret approchant l'original (Figure 11.1.2). Cet exercice présente une analyse complète de ce problème y compris validation et identification des paramètres par rapport à l'expérimental. Nous utiliserons des outils de calcul numérique pour calculer les valeurs & vecteurs propres.

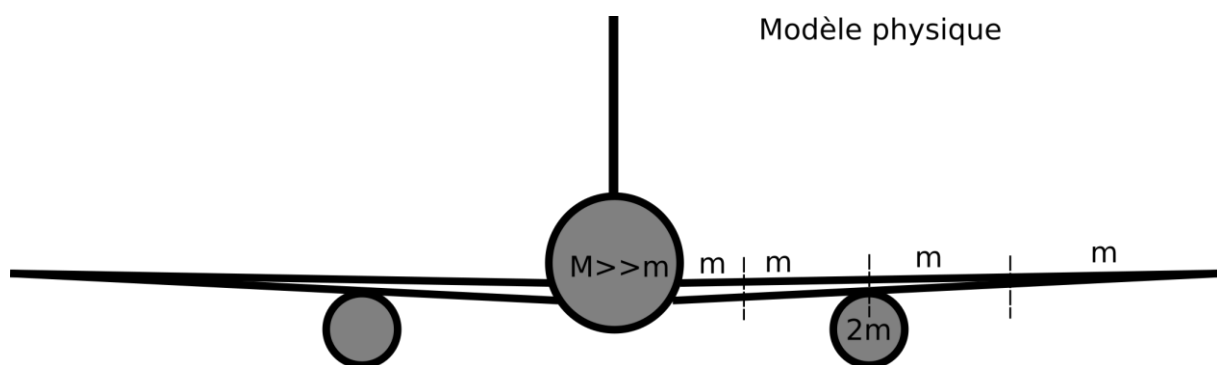


Figure 11.1.1 | Modèle physique de l'avion de ligne, avec notamment les principales masses en jeu

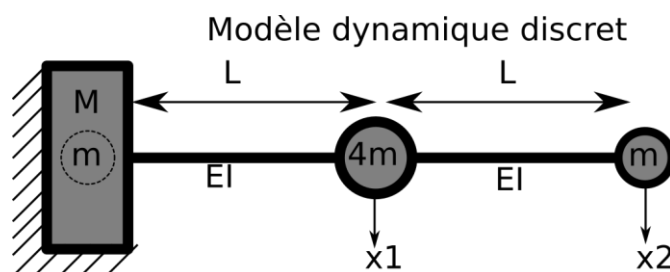


Figure 11.1.2 | Modèle discret simplifié de l'aile

Calcul des modes et fréquences propres :

- 1) Calculez la matrice des coefficients d'influence (compliance) du modèle de poutre simplifié (Figure 11.1.2).
- 2) Posez le problème aux valeurs propres en termes de fonction de fréquence τ , puis calculez numériquement les modes propres et fréquences propres du système en mettant en évidence les constantes symboliques du système. On normalisera les modes en fixant à l'unité la 1^{ère} composante de chaque forme modale. Ecrivez explicitement la base modale B du système.
- 3) Esquissez la forme des modes propres et déterminez le rapport des deux pulsations propres. Est-ce que la forme des modes ou le rapport des pulsations dépendent des dimensions de l'aile, de sa masse ou de sa rigidité en flexion ?

Short Question 11.2 – Calcul de la réponse impulsionnelle

On souhaite calculer la réponse temporelle du système à conditions initiales nulles pour une force de correction aérodynamique impulsionnelle agissant au niveau de l'aileron (positionnée et orientée en x_2). La force est considérée comme une impulsion de Dirac $\delta_0(t)$, centrée en $t=0$.

- 1) Ecrivez le système d'équation en base physique et calculez les matrices de masse et rigidité ainsi que le vecteur force.
- 2) Ecrivez le système dynamique en base modale et explicitiez les matrices de masse M^0 et de rigidité modales K^0 et vérifiez que le changement de base diagonalise bien les deux matrices. Vérifiez que la matrice des pulsations propres

$$\Omega^2 = [M_0]^{-1}[K_0] \quad (11.2.1)$$

contient bien les carrés des pulsations propres (calculées dans la partie 1) sur sa diagonale. Calculez les composantes du vecteur force modal $f^0(t)$.

- 3) Développez les équations différentielles (découplées) contrôlant la réponse $q_i(t)$ de chaque mode i du système. Pour chacun des modes, calculez le déplacement modal $q_i(t)$ correspondant à la force d'excitation impulsionnelle en utilisant la transformée de Laplace. On notera que la transformée de l'impulsion de Dirac est simplement $D_0(s)=1$.
- 4) Calculez la réponse temporelle $x(t)$ en base physique en reprojétant le système en base physique. Dans le pire des cas, quelles sont les amplitudes maximales des deux masses ?

Problème 11.3

Des mesures dynamiques ont été effectuées sur un prototype pour valider le modèle de calcul. Le système a été excité au niveau de la nacelle moteur (x_1) par un pot vibrant par une force harmonique de fréquence variable. Les fonctions de transfert $Y_{11}(\omega)$ et $Y_{21}(\omega)$ ont été mesurées et sont présentées dans les diagrammes de Bode ci-dessous (Figure 11.3.1 et Figure 11.3.2). On a mesuré également que les masses mobiles m_1 et m_2 correspondants aux points 1 et 2 pèsent respectivement 4000 et 1000 kg. Les amortissements modaux relatifs sont estimés à 2%. La longueur L du modèle d'essai est de 5 m.

- 1) A partir des diagrammes de Bode, estimez les pulsations propres du système. Calculez leur rapport et comparez avec le calcul du premier problème.
- 2) Estimez les modes propres du système et normalisez pour que la 1ère composante soit unitaire. Ecrivez explicitement la base modale expérimentale et comparez la aux résultats du calcul du premier problème. Est-ce que les modes propres correspondent ?
- 3) Calculez la matrice de masse modale expérimentale M_{exp}^0 et vérifiez si elle est diagonale (commentez). Estimez la rigidité EI de l'aile en comparant les pulsations propres mesurées aux solutions calculées en 1.
- 4) En se basant sur les paramètres modaux identifiés ci-dessus, explicitiez la forme théorique de la fonction de transfert $Y_{21}(\omega)$ du système.

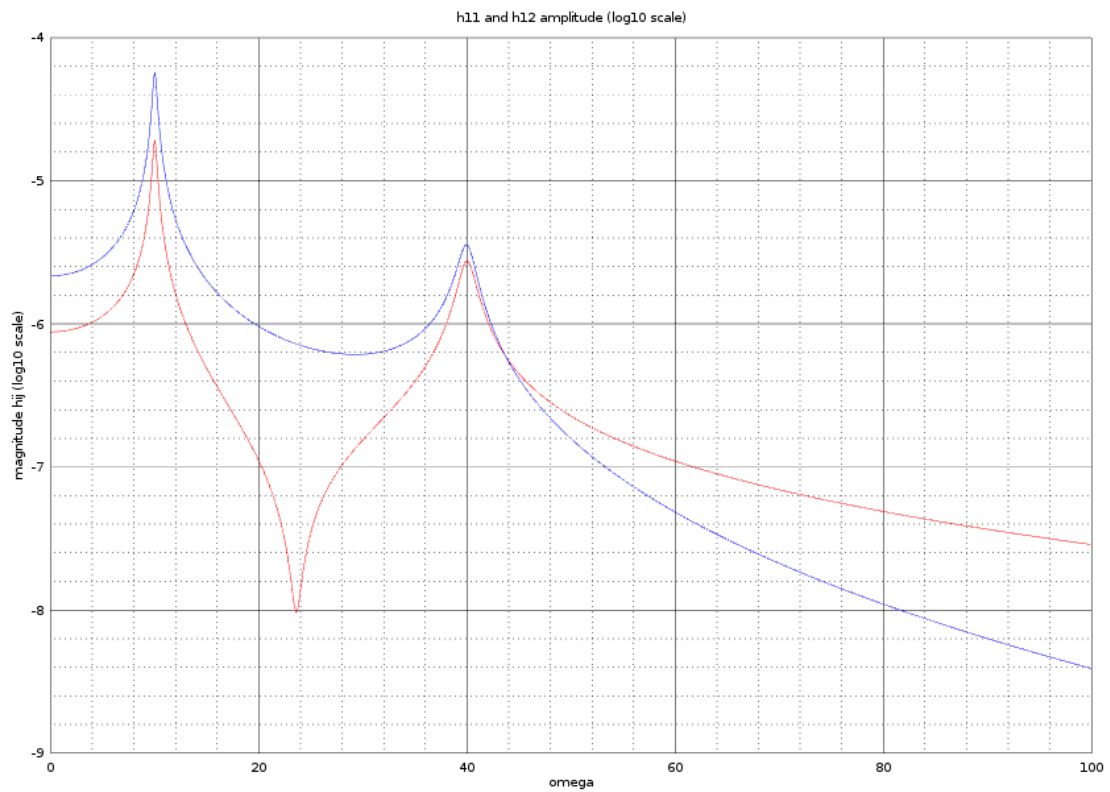


Figure 11.3.1 | Amplitude en échelle log10 de Y_{11} (rouge) et Y_{21} (bleu) en fonction de ω

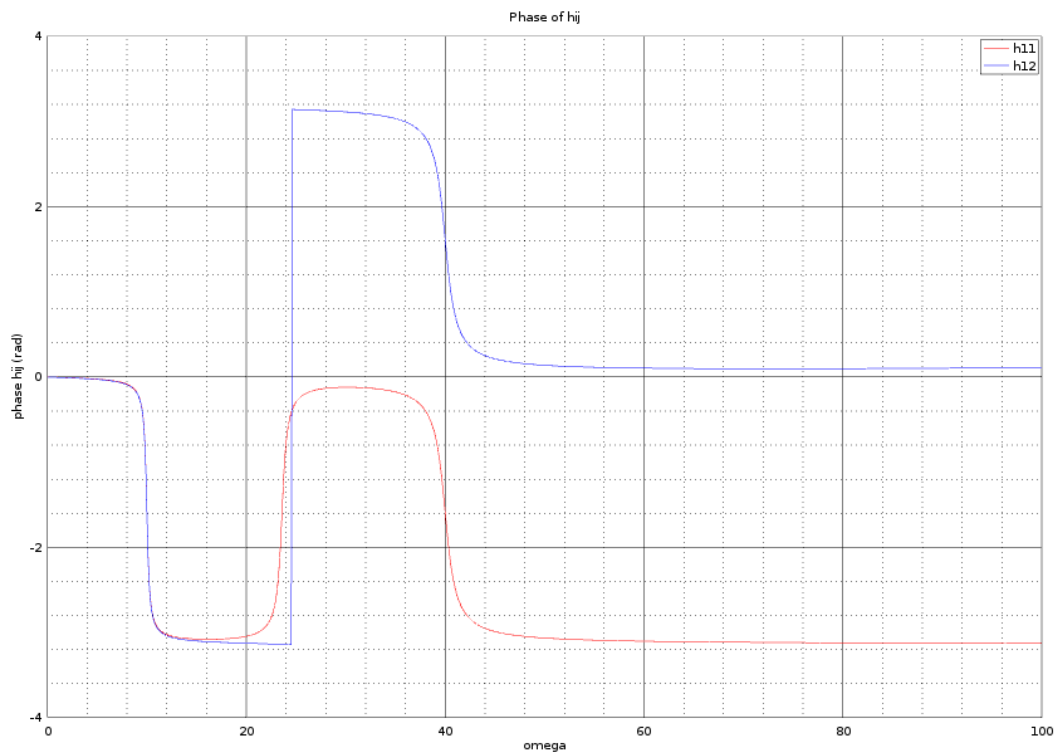


Figure 11.3.2 | Phase en radian de Y_{11} (rouge) et Y_{21} (bleu) en fonction de ω